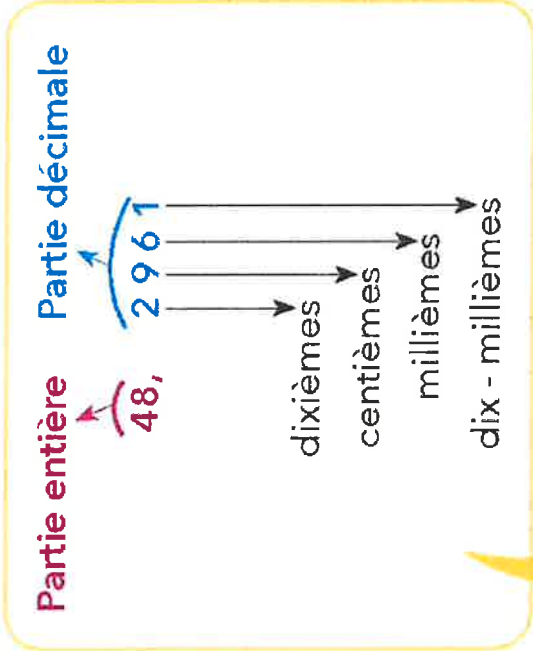


Les grands nombres

Pour comparer deux nombres décimaux,

Observe la partie entière
 $35, 24 < 36, 24$
 et si les parties entières sont égales,
 Observe la partie décimale
 $35,433 < 35,434$ ⚠️ $35,40 > 35,35$

Le rôle du zéro
 Il est inutile derrière tout nombre décimal : $3,2000$ s'écrit $3,2$
 Il est inutile devant la partie entière :
 $0098,75$ s'écrit $98,75$
 → $0045,6300$ doit s'écrire $45,63$



Comparaison

Nombres décimaux

4,16

se lit

- 4 unités et 16 centièmes
- 4 unités
- 1 dixième
- 6 centièmes.

s'écrit

- en chiffres $4,16$
- en fraction $\frac{416}{100}$
- en lettres quatre unités et seize centièmes.

Lecture
Écriture

Droite graduée

Abaque

Partie entière			Partie décimale		
Classe des millions		Classe des mille	Classe des unités		Classe des millièmes
CMi	DMi	UMi	CM	DM	UM
		1	2	3	4
				5	6
					7

L'unité peut être divisée en 10 parties égales : le dixième ou 0,1
 0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1

Le dixième peut être divisé en 10 parties égales : le centième ou 0,01
 0,30 0,31 0,32 0,33 0,34 0,35 0,36 0,37 0,38 0,39 0,40

Le centième peut être divisé en 10 parties égales : le millième ou 0,001
 0,350 0,351 0,352 0,353 0,354 0,355 0,356 0,357 0,358 0,359 0,360

10.



lire et écrire un grand nombre

Classe des	Partie entière												Partie décimale		
	Milliards			Millions			Mille			Unités simples			d	c	m
Rang	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U			
			1	0	2	2	0	1	5	0	0	5	0	5	

et

1. Lire de gauche à droite par classe

1 milliard

22 millions

15 mille

5 unités

et

5 centièmes

2. Quand on écrit, on sépare les classes avec un espace pour plus de clarté.

1 022 015 005,05



MA BOITE À OUTILS

Pour résoudre des calculs.

1 – J'observe 


→ $\times 0$ → absorbant (ça fait 0)

→ $+0$, -0 , $\times 1$, $:1$ → neutre (il ne se passe rien)

2 – J'utilise les propriétés des opérations

→ La commutativité (changer de place) pour les $+$ et les \times



→ L'associativité (mariage) pour les $+$ et les \times . 

3 – J'utilise un procédé, « un truc ».

4 – J'utilise la compensation

→ croisée $+$, \times

→ parallèle $:$, $-$

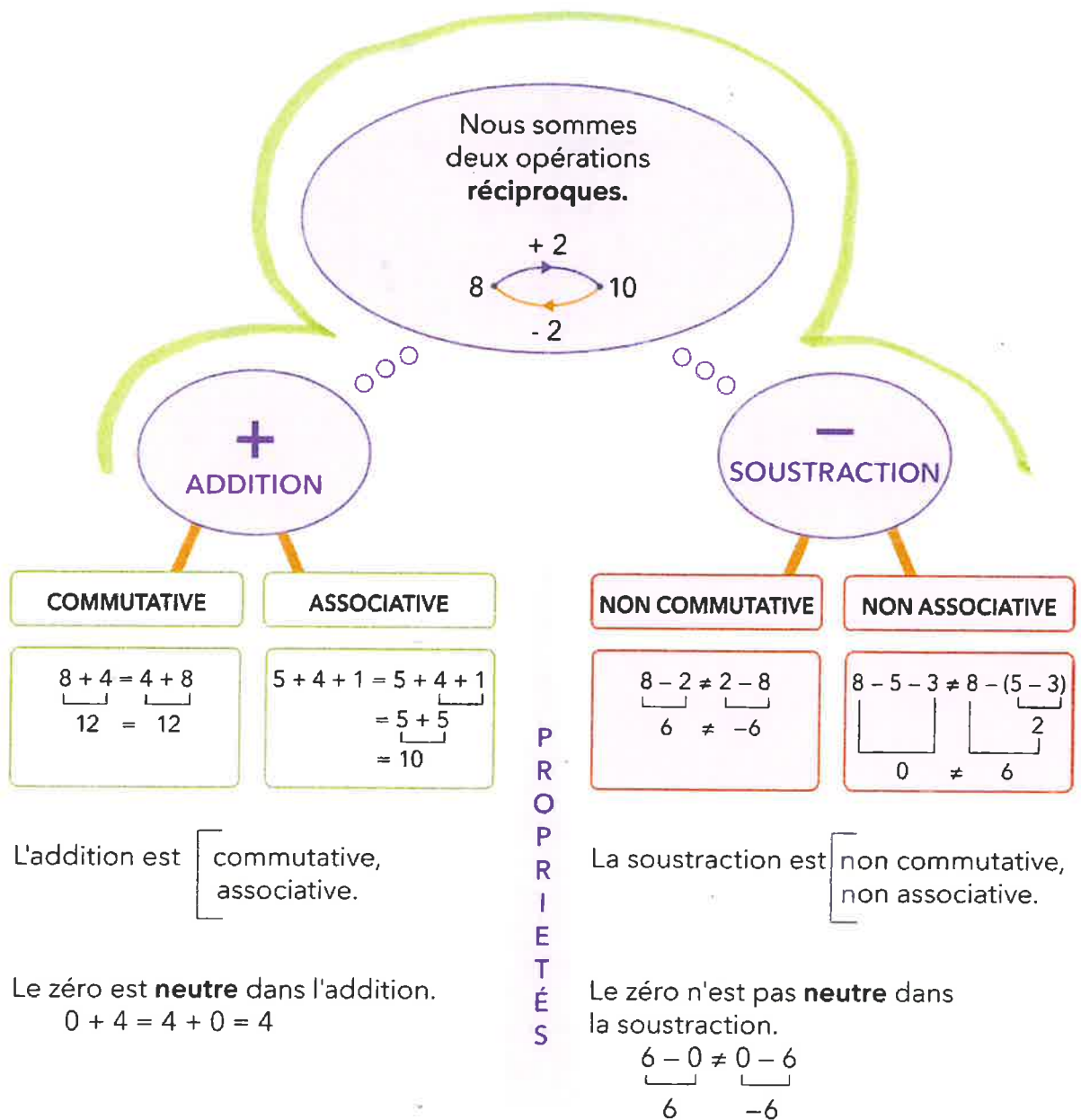
5 – Je transforme en fraction, en nombre décimal, en pourcentage...

6 – En dernier recours, je fais un calcul écrit.

Attention :

- Quand il y a plusieurs opérations, je fais attention à l'ordre de priorité (PEMDAS).
- Quand je résous un calcul, je ne fais pas de fausses égalités.

L'associativité et la commutativité



L'addition est commutative, cela veut dire que l'on peut changer les termes de place sans changer la somme.

Exemple : $20 + 25 = 25 + 20 = 45$

L'addition est associative, cela veut dire que l'on peut réunir les termes sans changer la somme.

Exemple : $5 + 20 + 25 = 5 + (20 + 25) = (5 + 20) + 25 = 50$

L'addition est associative et commutative.

Ces deux propriétés peuvent nous aider à résoudre les calculs.

Le nombre 0 est neutre dans l'addition.

Nous sommes
deux opérations
réciroques.

$$8 \xrightarrow{\times 6} 48$$

$$48 \xrightarrow{: 6} 8$$

X
MULTIPLICATION

:
DIVISION

COMMUTATIVE

ASSOCIATIVE

NON COMMUTATIVE

NON ASSOCIATIVE

$$\underbrace{5 \times 12}_{60} = \underbrace{12 \times 5}_{60}$$

$$12,5 \times 5 \times 8 \times 20 =$$

$$(5 \times 20) \times (12,5 \times 8)$$

$$= 100 \times 100$$

$$= 10\,000$$

$$\underbrace{24 : 8}_3 \neq \underbrace{8 : 24}_{\frac{1}{3}}$$

$$\underbrace{24 : 6 : 2}_4 \neq \underbrace{24 : (6 : 2)}_8$$

P
R
O
P
R
I
E
T
É
S

La multiplication est commutative
associative.

La division est non commutative,
non associative.

Le zéro est **absorbant**
dans la multiplication.
 $12 \times 4 \times 0 \times 3 = 0$

On ne peut pas diviser par 0.
 $24 : 0$, c'est IMPOSSIBLE !

La multiplication est commutative, cela veut dire que l'on peut changer les facteurs de place sans changer le produit.

$$12 \times 5 = 5 \times 12 = 60$$

La multiplication est associative, cela veut dire que l'on peut réunir les facteurs ensemble sans changer le produit.

$$2 \times 7 \times 5 = 7 \times (2 \times 5) = 70$$

Le nombre 0 est absorbant dans la multiplication, cela veut dire que, lorsque l'on multiplie par 0, on obtient toujours 0.

$$12 \times 4 \times 5 \times 0 \times 2 = 0$$

18. LA COMPENSATION

But: Trouver un calcul qui donne la même réponse mais plus facilement.

Il existe 2 manières de compenser.

Compensation croisée

$\oplus \times$

$\times \rightarrow \times$: ou : \times

$+ \rightarrow +$ - ou - $+$

$$176 \oplus 295 = 171 + 300 = 471$$

(Note: A pink arrow labeled '-5' points from 176 to 171, and a blue arrow labeled '+5' points from 295 to 300.)

$$49,85 + 8,25 = 50 + 8,1 = 58,1$$

(Note: A pink arrow labeled '-0,15' points from 49,85 to 50, and a blue arrow labeled '+0,15' points from 8,25 to 8,1.)

$$1,25 \times 40 = 10 \times 5 = 50$$

(Note: A pink arrow labeled ':8' points from 1,25 to 10, and a blue arrow labeled 'x8' points from 40 to 5.)

$$2020 \times 8 = 8080 \times 2 = 16160$$

(Note: A pink arrow labeled 'x4' points from 2020 to 8080, and a blue arrow labeled ':4' points from 8 to 2.)

Compensation parallèle

$\begin{array}{r} : \\ - \end{array}$

$\begin{array}{r} : \\ : \\ : \\ 00 \end{array} \times \times$

$\begin{array}{r} - \\ - \\ - \\ 00 \end{array} + +$

$$540 : 18 = 60 : 2 = 30$$

(Arrows indicate compensation: $540 \div 9 = 60$ and $18 \div 9 = 2$)

$$96 : 0,6 = 960 : 6 = 320 : 2 = 160$$

(Arrows indicate compensation: $96 \times 10 = 960$ and $0,6 \times 10 = 6$; $320 \div 3 = 96$ and $6 \div 3 = 2$)

$$802 - 394 = 808 - 400 = 408$$

(Arrows indicate compensation: $802 + 6 = 808$ and $394 + 6 = 400$)

$$36,1 - 11,9 = 36,2 - 12 = 24,2$$

(Arrows indicate compensation: $36,1 + 0,1 = 36,2$ and $11,9 + 0,1 = 12$)

Compensation dans les 4 opérations

croisée

Dans l'addition

$$\begin{array}{l}
 \xrightarrow{+3} \\
 97 + 64 = 100 + 61 = 161 \\
 \xrightarrow{-3} \\
 \text{ou} \\
 \xrightarrow{-7} \\
 97 + 64 = 90 + 71 = 161 \\
 \xrightarrow{+7}
 \end{array}$$

Dans l'**addition** pour conserver l'égalité, si un terme **augmente**, alors l'autre terme **diminue** de la même quantité et vice versa.

C'est une compensation **croisée**.

parallèle

Dans la soustraction

$$\begin{array}{l}
 \xrightarrow{-5} \\
 105 - 19 = 100 - 14 = 86 \\
 \xrightarrow{-5} \\
 \text{ou} \\
 \xrightarrow{+1} \\
 105 - 19 = 106 - 20 = 86 \\
 \xrightarrow{+1}
 \end{array}$$

Dans la **soustraction**, pour conserver l'égalité, si un terme **augmente** ou **diminue**, alors l'autre terme **augmente** ou **diminue** de la même quantité.

C'est une compensation **parallèle**.

Dans la multiplication

$$\begin{array}{l}
 \xrightarrow{\times 100} \\
 0,08 \times 400 = 8 \times 4 = 32 \\
 \xrightarrow{: 100} \\
 \text{ou} \\
 \xrightarrow{: 10} \\
 250 \times 0,5 = 25 \times 5 = 125 \\
 \xrightarrow{\times 10}
 \end{array}$$

Dans la **multiplication**, pour conserver l'égalité, si tu **multiplies** l'un des facteurs par un nombre, alors tu **divises** le deuxième facteur par le même nombre et vice versa.

C'est une compensation **croisée**.

Dans la division

$$\begin{array}{l}
 \xrightarrow{: 10} \\
 720 : 80 = 72 : 8 = 9 \\
 \xrightarrow{: 10} \\
 \text{ou} \\
 \xrightarrow{\times 100} \\
 6,3 : 0,07 = 630 : 7 = 90 \\
 \xrightarrow{\times 100}
 \end{array}$$

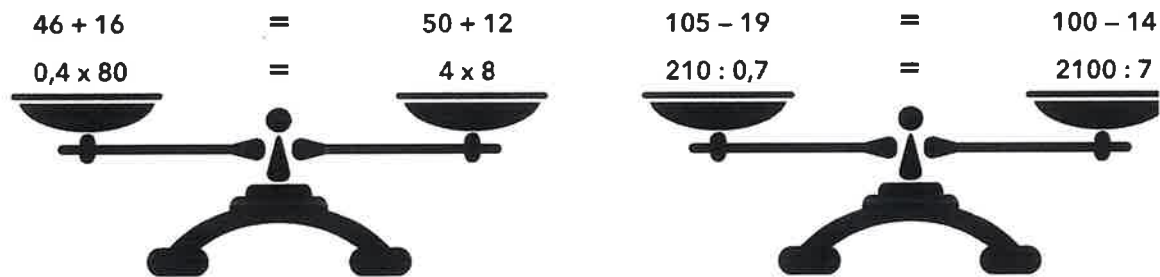
Dans la **division**, pour conserver l'égalité, si tu **multiplies** ou **divises** l'un des facteurs par un nombre, alors tu **multiplies** ou **divises** le deuxième facteur par le même nombre.

C'est une compensation **parallèle**.

La compensation est un procédé de calcul mental.

Elle permet de **transformer** une opération en une autre opération de **même résultat**, mais **plus simple** à résoudre.

Compenser, c'est équilibrer !



La compensation est...

- **parallèle** dans la soustraction et la division.

$$675 - 199 = 676 - 200 = 476$$

+1 (from 675 to 676)
+1 (from 199 to 200)

$$150 : 5 = 300 : 10 = 30$$

x2 (from 150 to 300)
x2 (from 5 to 10)

- **croisée** dans l'addition et la multiplication.

$$498 + 36 = 500 + 34 = 534$$

+2 (from 498 to 500)
-2 (from 36 to 34)

$$24 \times 5 = 12 \times 10 = 120$$

:2 (from 24 to 12)
x2 (from 5 to 10)



$$124 + 38 = 162$$

↓ terme ↓ terme ↓ somme
 ↓ terme ↓ terme ↓ somme

162 est la somme des termes 124 et 38.

ADDITION

$$162 - 38 = 124$$

↓ 1^{er} terme ↓ 2^e terme ↓ différence
 ↓ 1^{er} terme ↓ 2^e terme ↓ différence

124 est la différence entre les termes 162 et 38.

SOUSTRACTION

Vocabulaire des 4 opérations

MULTIPLICATION

multiplicande multiplicateur
 162 x 38 = 6156
 ↓ facteur ↓ facteur ↓ produit
 ↓ facteur ↓ facteur ↓ produit

6156 est le produit des facteurs 162 et 38.



DIVISION

$$6156 : 38 = 162$$

↓ dividende ↓ diviseur ↓ quotient
 ↓ dividende ↓ diviseur ↓ quotient

162 est le quotient du dividende 6156 par le diviseur 38.

Le reste est le nombre qu'on ne divise plus.

Pour faciliter le calcul

$$125 + 99 = 125 + 100 - 1 = 224$$

Arrondir et estimer un nombre**Pour vérifier un calcul**

En comparant l'estimation à la réponse réelle.

Pour estimer une réponse

$$\begin{array}{cc} 9,95 + 9,99 \cong 20 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 10 \quad 10 \end{array}$$

Arrondir un nombre

Dans la vie quotidienne, nous arrondissons les nombres par facilité.



J'arrondis le prix de cet ordinateur à 400 €.

Pour cela j'encadre le prix à la dizaine près

$$\rightarrow 390 \text{ €} < 399,50 \text{ €} < 400 \text{ €}$$

399,50 € étant plus proche

de 400, j'arrondis à 400 €.

Estimer un résultat

Avant un calcul, on peut estimer la réponse en arrondissant les termes de l'opération.

Quand on a terminé ce calcul, on vérifie le résultat en le comparant avec l'estimation.

$$4,15 + 7,89 + 25,12 \rightarrow \text{J'arrondis : } 4 + 8 + 25 = 37.$$

$$4,15 + 7,89 + 25,12 \cong 37 \quad \cong \text{ signifie « à peu près égal à »}$$

Je calcule : 37,16.

Mon estimation est proche de la réponse réelle.

2 addition écrite

1 ESTIME le résultat

Arrondis les 2 termes.

$$637,1 + 245,3$$

↓

↓

$$640 + 245$$

Additionne mentalement.

$$640 + 245 = 885$$

terme

terme

somme

2 ALIGNER dans l'abaque

Place les unités avec les unités, les dizaines avec les dizaines et ainsi de suite.

C	D	U	d	c
6	3	7	1	
2	4	5	3	

3 ADDITIONNE

- rang par rang ;
- de droite à gauche ;
- en n'oubliant pas les reports.

C	D	U	d	c
	1			
6	3	7	1	
2	4	5	3	
8	8	2	4	

4 VÉRIFIE

Le résultat est proche de l'estimation : ok.

Le résultat n'est pas proche de l'estimation :

- recommence en permutant les termes ;

- effectue une soustraction.

C	D	U	d	c
	1			
2	4	5	3	
6	3	7	1	
8	8	2	4	

C	D	U	d	c
8	8	2	4	
2	4	5	3	
6	3	7	1	

La soustraction écrite

1 ESTIME le résultat

Arrondis les 2 termes.

$$78,25 - 64,83$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ 80 - 65 \end{array}$$

Soustrais mentalement.

$$80 - 65 = 15$$

1^{er} terme

2^e terme

différence

2 ALIGNER dans l'abaque

Place les unités avec les unités, les dizaines avec les dizaines et ainsi de suite.

C	D	U	d	c
	7	8	2	5
	6	4	8	3
	1	3	4	2

3 SOUSTRAIS

- rang par rang ;
- de droite à gauche ;
- attention aux reports.

→ Par emprunt

C	D	U	d	c
	7	8	2	5
	6	4	8	3
	1	3	4	2

→ Par compensation

C	D	U	d	c
	7	8	2	5
	6	4	8	3
	1	3	4	2

4 VÉRIFIE

Le résultat est proche de l'estimation : ok.

Le résultat n'est pas proche de l'estimation : fais une preuve par l'addition inverse.

C	D	U	d	u
	1	3	4	2
	6	4	8	3
	7	8	2	5

+8

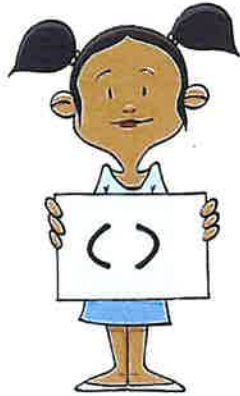
18

-8

PEMDAS

P E M D A S

en même temps



1

PARENTHÈSES



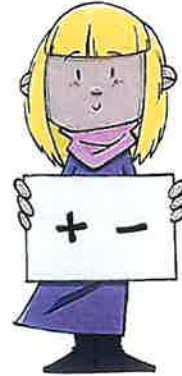
2

EXPOSANTS



3

MULTIPLICATIONS
ET
DIVISIONS



4

ADDITIONS
ET
SOUSTRACTIONS

DE GAUCHE À DROITE

Sens du Calcul

① (P) $15 - 3 \cdot 2 + 3^2 - (5 + 2)$

② (E) $15 - 3 \cdot 2 + 3^2 - 7$

③ (M) $15 - 3 \cdot 2 + 9 - 7$

④ (A) $15 - 6 + 9 - 7$

$= 11$

le dernier chiffre

Si le nombre se termine par 0, 2, 4, 6, 8 → **PAIR**

Si le nombre se termine par **0 ou 5**

Si le nombre se termine par **0**

Si le nombre est divisible par **2 et par 3**

Si la somme de ses chiffres forme un **multiple de 3**
Ex : 714 → 7 + 1 + 4 = 12
12 → multiple de 3

chiffres

Si les 2 derniers chiffres forment un **multiple de 4**
Ex : 00, 04, 08, ...

Si les 2 derniers chiffres forment un **multiple de 25**
00, 25, 50, 75

Si les 2 derniers chiffres sont **00**

Caractères de divisibilité

Par 2

Par 5

Par 10

Par 6

Par 3

Par 9

Par 1000

Par 8

Par 125

Par 100

Par 4

Par 25

Regarder les 3 derniers chiffres

chiffres

Si les 3 derniers chiffres sont **000**

Si les 3 derniers chiffres forment un **multiple de 8**
Ex : 008, 016, 024, ...

Si les 3 derniers chiffres forment un **multiple de 125**
Ex : 000, 125, 250, ...

Regarder les 2 derniers

37. Division écrite

Division écrite

Une division est une succession de divisions plus simples ayant chacune un seul chiffre au quotient.

Nous allons effectuer la division de 3584,4 par 13.

1 Estimer la réponse en déterminant le nombre de chiffres que comportera la partie entière du quotient

Avant de commencer la division écrite, il est important de placer les nombres correctement et d'estimer la partie entière du quotient.

Ici, on ne peut prendre aucun paquet de 13 dans 3, donc on est obligé de commencer par 35.

Le quotient aura donc 3 chiffres dans sa partie entière.

Le premier chiffre est obtenu par la division de 35, le deuxième lorsqu'on abaisse le 8 et le troisième en abaissant l'autre 8.

$$\begin{array}{r} 3584,4 \quad | \quad 13 \\ \hline \end{array}$$

2 Écrire les 9 premiers multiples du diviseur

$1 \times 13 = 13$

$2 \times 13 = 26$

$3 \times 13 = 39$

$4 \times 13 = 52$

$5 \times 13 = 65$

$6 \times 13 = 78$

$7 \times 13 = 91$

$8 \times 13 = 104$

$9 \times 13 = 117$

3 Effectuer la première division partielle

On commence par rechercher combien de fois 13 dans 35.

$2 \times 13 = 26 \rightarrow 2 \text{ fois}$

$35 - 26 = 9$

$35 : 13 = 2 \text{ reste } 9 \text{ centaines}$

$$\begin{array}{r} 3584,4 \quad | \quad 13 \\ \hline 2 \quad . \quad . \end{array}$$

4 Effectuer la division partielle suivante

On abaisse le 8 et on obtient 98 à diviser en 13.

$7 \times 13 = 91 \rightarrow 7 \text{ fois}$

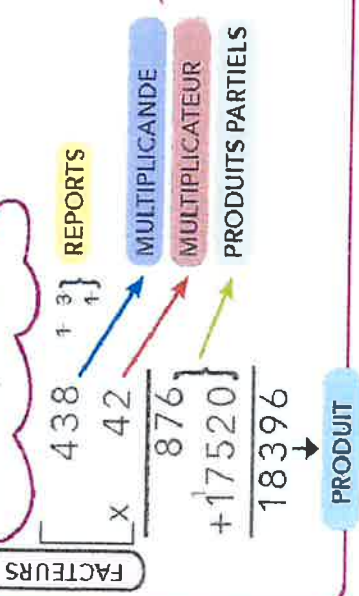
$98 - 91 = 7$

$98 : 13 = 7 ; \text{ reste } 7 \text{ dizaines}$

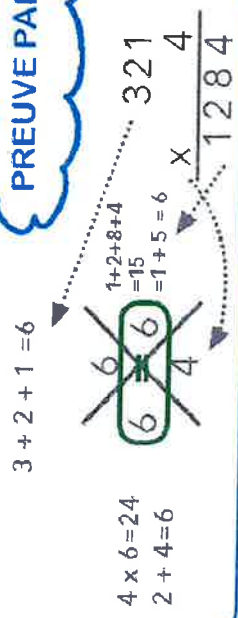
$$\begin{array}{r} 3584,4 \quad | \quad 13 \\ \hline 26 \quad . \quad . \\ - \quad 98 \\ \hline 91 \\ - \quad 91 \\ \hline 7 \end{array}$$

30. multiplication écrite

VOCABULAIRE



PREUVE PAR 9

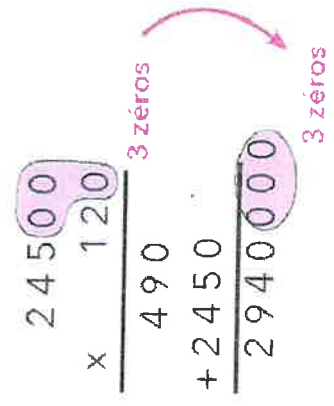


Multiplications

CAS PARTICULIERS

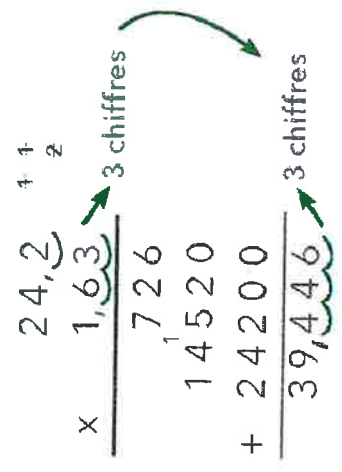
AVEC DES ZÉROS en fin de facteurs

ON IGNORE LES ZÉROS

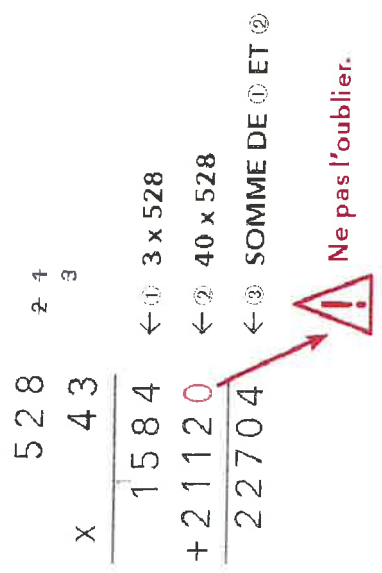


AVEC DES NOMBRES DÉCIMAUX

ON IGNORE LA (LES) VIRGULE(S)



TECHNIQUE



Multiples et diviseurs

Un multiple d'un nombre appartient au comptage dans la table de multiplication de ce nombre.

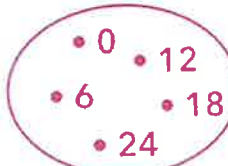
→ 0, 6, 12... → ∞

Un nombre est multiple d'un autre s'il le contient zéro, une ou plusieurs fois.

→ 12 est multiple de 6 car $12 = 2 \times 6$

plus petit ou égal

$M_6 \leq 24$



l'infini

Définition

0 est multiple de tout nombre.

Multiples



$M_7 \leq 50 = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$

↓
28 est un multiple de 7

Nombre PAIR de diviseurs

→ Div. 12 = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

1×12 2×6 3×4

Nombre IMPAIR de diviseurs \approx nombre carré

→ Div. 9 = {1, 3, 9}

1×9 3×3

Si un nombre ne possède que deux diviseurs, alors c'est un NOMBRE PREMIER.

Ex. : 13, 17...

deux
1 et lui-même

Combien ?

Un diviseur est un nombre entier qui divise exactement un autre nombre entier.

C'est un nombre entier qui est contenu exactement un certain nombre de fois dans ce nombre (pas de reste dans la division).

→ $12 : 2 = 6$

2 est un diviseur de 12

Définition

Diviseurs

- 0 ne divise aucun nombre ;
- 1 est diviseur de tout nombre ;
- tout nombre est diviseur de lui-même.



⇒ 12 est divisible par 2

2 est un diviseur de 12